



Übung, Abgabe: spätestens am 7. Juni 2013

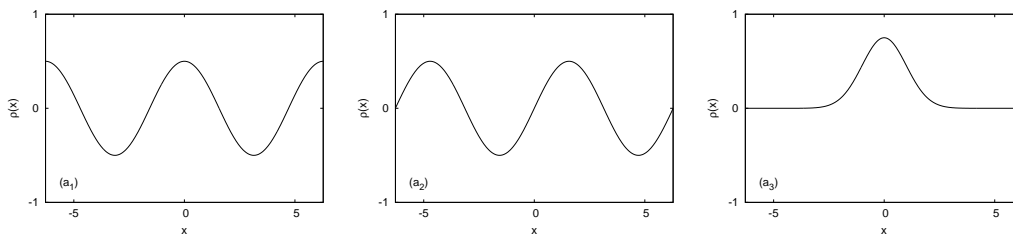
1. **Literatur** (50% aller Punkte)

Finden Sie in *Physical Review* eine wissenschaftliche, experimentelle oder theoretische Arbeit zur Dynamik in Quantenmagneten und fassen Sie *eine Kernaussage kurz* zusammen.

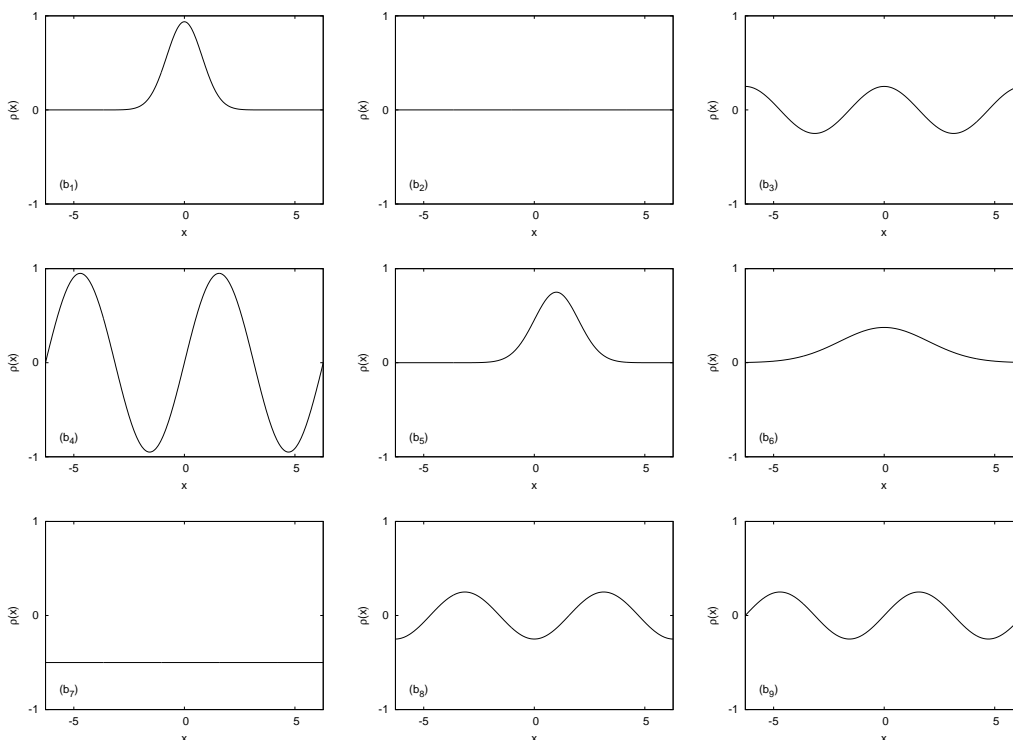
2. **„Diffusionsspiel“** (15% aller Punkte)

Gegeben sind verschiedene eindimensionale Profile $\rho(x)$:

(a) zum Zeitpunkt $t = 0$



(b) zu einem anderen Zeitpunkt $t > 0$



„Spielregeln“: Wenn sich ein Profil in (b) durch Diffusion aus einem Profil in (a) ergibt, dann haben Sie ein diffusives Paar gefunden. Finden Sie möglichst viele diffusive Paare. Für jedes richtige Paar erhalten Sie einen Punkt, für jedes falsche Paar verlieren Sie einen Punkt.

Bitte wenden! →

3. **Spin-Dimer im Magnetfeld** (20% aller Punkte)

Gegeben sind zwei wechselwirkende Spins im Magnetfeld

$$H = J \left[\frac{1}{2} (s_1^- s_2^+ + s_1^+ s_2^-) + s_1^z s_2^z \right] + B (s_1^z + s_2^z) \quad (1)$$

und der Spin-Strom

$$J^{\text{Spin}} = -J \frac{i}{2} (s_1^- s_2^+ - s_1^+ s_2^-). \quad (2)$$

- (a) Geben Sie die vier Eigenzustände und Eigenwerte an.
 (b) Stellen Sie die Eigenwerte als Funktion des Magnetfeldes graphisch dar. Wählen Sie $J = 1$ und $0 \leq B \leq 2$.
 (c) Berechnen Sie die Erwartungswerte

$$\langle \psi(t) | s_1^z | \psi(t) \rangle, \quad \langle \psi(t) | J^{\text{Spin}} | \psi(t) \rangle \quad (3)$$

für die drei Anfangszustände $|\psi(0)\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle$, $|\psi(0)\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle$, $|\psi(0)\rangle = |\uparrow\downarrow\rangle$.

Hinweis: Sie finden die Lösung von den Aufgabenteilen (a) und (b) in der Literatur.

4. **Ausgedehnte Kette mit periodischen Randbedingungen** (15% aller Punkte)

Gegeben sind nun L wechselwirkende Spins im Magnetfeld

$$H = J \sum_{r=1}^L \frac{1}{2} (s_r^- s_{r+1}^+ + s_r^+ s_{r+1}^-) + s_r^z s_{r+1}^z + B \sum_{r=1}^L s_r^z \quad (4)$$

und der Spin-Strom

$$J^{\text{Spin}} = -J \sum_{r=1}^L \frac{i}{2} (s_r^- s_{r+1}^+ - s_r^+ s_{r+1}^-). \quad (5)$$

Die „Ein-Teilchen“-Zustände

$$|\psi_k\rangle = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{r=1}^L \exp(ikr) T^r |\uparrow\downarrow \dots \downarrow\rangle, \quad k = \frac{2\pi}{L} l \quad (6)$$

sind Energie-Eigenzustände zum Energie-Eigenwert $E_k = J(\cos k + L/4 - 1) - B(L/2 - 1)$, vgl. Vorlesung.

- (a) Zeigen Sie, dass die „Ein-Teilchen“-Zustände $|\psi_k\rangle$ auch Spin-Strom-Eigenzustände zum Spin-Strom-Eigenwert $J_k^{\text{Spin}} = -J \sin k$ sind.
 (b) Betrachten Sie eine Superposition

$$|\psi(0)\rangle = \sum_k p_k |\psi_k\rangle, \quad \sum_k |p_k|^2 = 1, \quad |p_k|^2 \propto \exp(-(k - \bar{k})^2 / 2\sigma^2) \quad (7)$$

mit einer schalen Verteilung p_k um ein kleines \bar{k} (z.B. mit den quantitativen Werten $\sigma = \pi/1000$ und $\bar{k} = \pi/100$). Berechnen Sie den Erwartungswert

$$\langle \psi(t) | J^{\text{Spin}} | \psi(t) \rangle. \quad (8)$$

- (c) Beschreiben Sie *qualitativ* die Form und Zeitabhängigkeit des Profils

$$\rho(r, t) = \langle \psi(t) | s_r^z | \psi(t) \rangle. \quad (9)$$

Gibt es ein entsprechendes Paar in Aufgabe 2? Wenn nein, warum nicht? Wenn ja, gibt es geringfügige Unterschiede?

Hinweis: Gehen Sie in Aufgabenteil (a) genauso wie in der Vorlesung vor.

Ende!